

41. Essener Mathematikwettbewerb 2025/2026

als erste Runde der 65. Mathematik-Olympiade in Deutschland

Aufgaben der ersten Runde

Klasse 10

1. Aufgabe

In dieser Aufgabe sind a und b positive ganze Zahlen.

- a) Geben Sie alle Lösungen (a, b) der Gleichung $a^2 + b^2 = 65$ an.
- b) Geben Sie alle Lösungen (a, b) der Gleichung $a^2 + b^2 = 340$ an.
- c) Hat die Gleichung $a^2 + b^2 = 8024$ Lösungen, bei denen a und b ebenfalls positive ganze Zahlen sind?

Hinweis: Die Gleichung $a^2 + b^2 = 13$ hat im Bereich der positiven ganzen Zahlen die Lösungen $(2, 3)$ und $(3, 2)$, denn es gilt

$$2^2 + 3^2 = 3^2 + 2^2 = 13.$$

2. Aufgabe

In dieser Aufgabe sollen Wahrscheinlichkeiten berechnet werden. Dabei werden zufällig zwei bzw. drei Zahlen ohne Zurücklegen (bzw. mit einem Griff) aus der Menge der aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen $\{2025, 2026, 2027, \dots, 2039, 2040\}$ gezogen.

- a) Es werden genau zwei Zahlen gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die positive Differenz der beiden Zahlen durch 6 teilbar?
- b) Es werden genau drei Zahlen gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt die Summe der drei Zahlen mindestens 6116?

Hinweis: Zufälliges Ziehen soll bedeuten, dass alle Möglichkeiten des Ziehens von zwei bzw. drei Zahlen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit eintreten.

3. Aufgabe

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die vier Punkte $A(-1, 0)$, $B(b, 3)$, $C(1, 6)$ und $D(-3, 2)$ gegeben. Dabei ist b eine reelle Zahl größer als -2 .

Bestimmen Sie jeweils alle Werte von b , für die

- a) die vier Punkte ein bei C rechtwinkliges Viereck $ABCD$ bilden,
- b) die vier Punkte ein Trapez $ABCD$ bilden,
- c) die vier Punkte ein Sehnenviereck $ABCD$ bilden,
- d) die vier Punkte ein Viereck $ABCD$ mit dem Flächeninhalt 5 bilden.

41. Essener Mathematikwettbewerb 2025/2026

Klasse 10

Teilnahmebedingungen

1. Teilnahmeberechtigt am Essener Mathematikwettbewerb sind Schülerinnen und Schüler Essener Schulen, die im Schuljahr 2025/2026 die Klasse 10 besuchen. Die besten Einsenderinnen und Einsender der ersten Runde werden am 15. November 2025 zu einer zweiten Runde (Klausurrunde) eingeladen, bei der die Sieger des Wettbewerbs ermittelt werden.
Die Sieger des Wettbewerbs können sich qualifizieren für die Teilnahme an der dritten Runde der Mathematikolympiade. Diese findet am 21. Februar 2026 als Landesolympiade NRW statt und ermittelt die Teilnehmer an der Deutschlandolympiade im Juni 2026.
2. Bevor du die Lösungen einschicken kannst, musst du dich registrieren unter der Adresse www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php. Trage dort alle Daten in das Formular ein. Anschließend erhältst du Seiten im pdf-Format, die du ausdrucken und unterschreiben musst. Auf den Seiten sind auch die Datenschutzbestimmungen enthalten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die noch nicht volljährig sind, müssen die Datenschutzbestimmungen auch von einem Erziehungsberechtigten unterschreiben lassen.
Verwende diese Seiten als Titelblätter für die Einsendung der Lösungen. Die Registrierung ist ab dem 26.08.2025 möglich.
Die Lösungen sind auf Blätter des Formates DIN A 4 mit Rand zu schreiben. Jedes Lösungsblatt muss mit dem Namen versehen werden. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.
3. Die Lösungsblätter sind durchnummerieren und mit dem Titelblatt zusammenzuheften.
4. Die Lösungen sind richtig frankiert einzusenden an:

Essener Mathematikwettbewerb
B.M.V.-Schule
Bardelebenstraße 9
45147 Essen

Einsendeschluss ist der **28. September 2025** (Poststempel).

5. Die Lösung muss in leserlicher Form eingereicht werden. Alle Lösungsschritte sind darzustellen und so zu begründen, dass der Gedankengang leicht nachvollzogen werden kann.
6. Die von der Korrekturkommission getroffene Entscheidung ist endgültig („Schiedsrichterentscheidung“). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
7. Die korrigierten Lösungen können nicht zurückgegeben werden. Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer erhalten jedoch nach Abschluss der ersten Runde eine Musterlösung.
8. Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit nicht ganz vollständigen Lösungen können eventuell auch die zweite Runde erreichen.
9. Lösungen, die den Teilnahmebedingungen nicht entsprechen, können von der Bearbeitung ausgeschlossen werden.

Veranstalter des 41. Essener Mathematikwettbewerbs ist die Gesellschaft Essener Mathematikwettbewerb, eine Initiative von Mathematiklehrerinnen und -lehrern an Essener Schulen. Der Wettbewerb wird finanziell unterstützt von der Sparkasse Essen.