

# 41. Essener Mathematikwettbewerb 2025/2026

als erste Runde der 65. Mathematik-Olympiade in Deutschland

## Aufgaben der ersten Runde

Klasse 8

### 1. Aufgabe

In einer Mathe-AG stellt die AG-Leiterin drei Gefäße auf den Tisch. Das erste Gefäß fasst genau 10 Liter und ist bis zum Rand mit Wasser gefüllt. Das zweite Gefäß fasst genau 5 Liter und ist leer. Das dritte Gefäß fasst genau 3 Liter und ist ebenfalls leer. Keines der Gefäße hat eine Mess-Skala. Nur durch Umgießen soll die Wassermenge, die sich im ersten Gefäß befindet, so auf die drei Gefäße verteilt werden, dass sich schließlich in einem der Gefäße genau 1 Liter Wasser befindet. Die AG-Leiterin behauptet: „Das schafft man mit viermaligem Umgießen.“

Beweise, dass diese Behauptung richtig ist.

### 2. Aufgabe

In einer Reihe liegen genau 65 Karten. Alle Karten liegen mit der Vorderseite nach oben. Die Karten sind von links nach rechts von 1 bis 65 aufsteigend nummeriert.

Im ersten Schritt wird jede Karte umgedreht. Im zweiten Schritt wird jede zweite Karte umgedreht, also die Karten mit den Nummern 2, 4, 6, 8 und so weiter. Im dritten Schritt wird jede dritte Karte umgedreht, also die Karten mit den Nummern 3, 6, 9, 12 und so weiter. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis im 65. Schritt jede 65. Karte umgedreht wird, also nur die Karte mit der Nummer 65.

Untersuche, welche Karten am Ende mit der Rückseite nach oben liegen.

### 3. Aufgabe

Das Geometrie-Programm GeoMO zur ebenen Geometrie beherrscht neben der bedingungslosen Wahl von Punkten in der Ebene folgende Konstruktionen jeweils aus vorgegebenen oder schon konstruierten Objekten:

- Konstruktion der **Geraden** durch zwei verschiedene Punkte und des **Kreises** um einen Punkt als Mittelpunkt und durch einen anderen Punkt oder mit der Länge einer Strecke als Radiuslänge.
- Konstruktion der **Schnittpunkte** zweier Geraden, zweier Kreise sowie einer Geraden und eines Kreises.
- Konstruktion der **Mittelsenkrechten** und des **Mittelpunkts** einer Strecke, der **Winkelhalbierenden** eines Winkels, der **Parallelen** und der **Senkrechten** zu einer Geraden durch einen Punkt.
- Konstruktion von **Strecken**, **Strahlen**, **Halbebenen**, **Winkeln**, **Kreisbögen** und **Vielecken** aus sie eindeutig bestimmenden Punkten, Geraden oder Kreisen.
- Auswahl eines Punktes aus mehreren Punkten sowie die Wahl eines Punktes, der auf, innerhalb oder außerhalb eines Objektes liegt, zwischen Objekten liegt oder verschieden von einem Punkt ist.

Weitere Konstruktionen beherrscht dieses Programm nicht, sie sind also bei Bedarf aus den obigen zusammenzusetzen.

In GeoMO sind zwei voneinander verschiedene, zueinander parallele Geraden  $g$  und  $h$  sowie ein Punkt  $P$  zwischen ihnen vorgegeben. Es ist ein Kreis  $k$  zu konstruieren, der  $g$  und  $h$  berührt und durch  $P$  verläuft.

- a) Gib eine Konstruktionsbeschreibung mit Konstruktionschritten des Programms GeoMO zur Konstruktion eines solchen Kreises an.
- b) Fertige eine Zeichnung mit den in der Konstruktionsbeschreibung aus Teil a) beschriebenen Punkten, Geraden und Kreisen an und beschrifte in dieser Zeichnung die verwendeten Punkte, Geraden und Kreise.
- c) Begründe, warum der nach der Konstruktionsbeschreibung aus Teil a) konstruierte Kreis  $k$  die Forderungen erfüllt.

# 41. Essener Mathematikwettbewerb 2025/2026

## Klasse 8

### Teilnahmebedingungen

1. Teilnahmeberechtigt am Essener Mathematikwettbewerb sind Schülerinnen und Schüler Essener Schulen, die im Schuljahr 2025/2026 die Klasse 8 besuchen. Die besten Einsenderinnen und Einsender der ersten Runde werden am 15. November 2025 zu einer zweiten Runde (Klausurrunde) eingeladen, bei der die Sieger des Wettbewerbs ermittelt werden.  
Die Sieger des Wettbewerbs können sich qualifizieren für die Teilnahme an der dritten Runde der Mathematikolympiade. Diese findet am 21. Februar 2026 als Landesolympiade NRW statt und ermittelt die Teilnehmer an der Deutschlandolympiade im Juni 2026.
2. Bevor du die Lösungen einschicken kannst, musst du dich registrieren unter der Adresse [www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php](http://www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php). Trage dort alle Daten in das Formular ein. Anschließend erhältst du Seiten im pdf-Format, die du ausdrucken und unterschreiben musst. Auf den Seiten sind auch die Datenschutzbestimmungen enthalten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die noch nicht volljährig sind, müssen die Datenschutzbestimmungen auch von einem Erziehungsberechtigten unterschreiben lassen.  
Verwende diese Seiten als Titelblätter für die Einsendung der Lösungen. Die Registrierung ist ab dem 26.08.2025 möglich.  
Die Lösungen sind auf Blätter des Formates DIN A 4 mit Rand zu schreiben. Jedes Lösungsblatt muss mit dem Namen versehen werden. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.
3. Die Lösungsblätter sind durchnummerieren und mit dem Titelblatt zusammenzuheften.
4. Die Lösungen sind richtig frankiert einzusenden an:

Essener Mathematikwettbewerb  
B.M.V.-Schule  
Bardelebenstraße 9  
45147 Essen

Einsendeschluss ist der **28. September 2025** (Poststempel).

5. Die Lösung muss in leserlicher Form eingereicht werden. Alle Lösungsschritte sind darzustellen und so zu begründen, dass der Gedankengang leicht nachvollzogen werden kann.
6. Die von der Korrekturkommission getroffene Entscheidung ist endgültig („Schiedsrichterentscheidung“). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
7. Die korrigierten Lösungen können nicht zurückgegeben werden. Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer erhalten jedoch nach Abschluss der ersten Runde eine Musterlösung.
8. Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit nicht ganz vollständigen Lösungen können eventuell auch die zweite Runde erreichen.
9. Lösungen, die den Teilnahmebedingungen nicht entsprechen, können von der Bearbeitung ausgeschlossen werden.

Veranstalter des 41. Essener Mathematikwettbewerbs ist die Gesellschaft Essener Mathematikwettbewerb, eine Initiative von Mathematiklehrerinnen und -lehrern an Essener Schulen. Der Wettbewerb wird finanziell unterstützt von der Sparkasse Essen.