

42. Essener Mathematikwettbewerb 2026/2027

als erste Runde der 66. Mathematik-Olympiade in Deutschland

Aufgaben der ersten Runde

Klasse EF

1. Aufgabe

Malin und Noel spielen ein Spiel mit Steinen, die auf zwei Schalen aufgeteilt sind.

Zu Beginn des Spiels befinden sich in jeder Schale eine vorgegebene Anzahl von Steinen, die auch null sein kann. Die Spielenden ziehen abwechselnd, wobei Malin beginnt.

Wer am Zug ist, wählt aus den beiden folgenden Möglichkeiten einen erlaubten Zug und führt diesen dann aus:

- (1) Nur erlaubt, falls sich die Anzahl der Steine in den Schalen um mindestens zwei unterscheidet: Aus der Schale mit mehr Steinen wird ein Stein in die Schale mit weniger Steinen bewegt.
- (2) Nur erlaubt, falls in jeder Schale mindestens ein Stein liegt: Befinden sich in einer Schale weniger Steine als in der anderen, werden aus ihr alle Steine entfernt. Sind beide Anzahlen gleich, wird eine beliebige der beiden Schalen geleert.

Ist keiner der beiden möglichen Züge erlaubt, endet das Spiel. Gewonnen hat, wer dann am Zug ist, aber keine Zugmöglichkeit hat.

Man untersuche die folgenden Spielsituationen:

- a) Zu Beginn liegen 4 Steine in einer Schale und 2 Steine in der anderen. Wer kann den Gewinn erzwingen?
- b) Zu Beginn liegen in einer Schale 2026 und in der anderen 66 Steine. Wer kann den Gewinn erzwingen? Man gebe hierfür eine geeignete Spielstrategie an.

2. Aufgabe

Für eine positive reelle Zahl C werden die Lösungspaare (x, y) des Ungleichungssystems

$$x + \frac{1}{y} \leq C, \tag{1}$$

$$\frac{1}{x} + y \leq C \tag{2}$$

untersucht, wobei x und y positive ganze Zahlen sind.

- a) Man bestimme für $C = 46$ die Anzahl solcher Lösungspaare (x, y) .
- b) Man bestimme alle positiven reellen Zahlen C , für die es genau 2026 solche Lösungspaare (x, y) gibt.

3. Aufgabe

Die Graphen der Funktionen mit den Gleichungen

$y = f(x) = |x - 6|$ und $y = g(x) = -|x - a| + 10$ schließen vollständig eine Fläche ein, wenn für den reellen Parameter a gilt, dass $1 \leq a \leq 11$.

- a) Wir wählen zunächst für a den Wert 4 und somit $y = g(x) = -|x - 4| + 10$. Zeichnen Sie die Graphen von f und g und bestimmen Sie den Flächeninhalt der von beiden Graphen eingeschlossenen Fläche.
- b) Für welchen Wert von a ist der Flächeninhalt der von beiden Graphen eingeschlossenen Fläche am größten?

Hinweis: Die Betragsfunktion ist wie folgt definiert.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0, \\ -x & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

Beispielsweise gilt also $|3| = 3$, $|-5| = 5$, sowie für $a = 4$ mit den Bezeichnungen der Aufgabenstellung $g(2) = -|2 - 4| + 10 = -|-2| + 10 = -(2) + 10 = -2 + 10 = 8$.

42. Essener Mathematikwettbewerb 2026/2027

Klasse EF

Teilnahmebedingungen

1. Teilnahmeberechtigt am Essener Mathematikwettbewerb sind Schülerinnen und Schüler Essener Schulen, die im Schuljahr 2026/2027 die Klasse EF besuchen. Die besten Einsenderinnen und Einsender der ersten Runde werden am 14. November 2026 zu einer zweiten Runde (Klausurrunde) eingeladen, bei der die Sieger des Wettbewerbs ermittelt werden.
Die Sieger des Wettbewerbs können sich qualifizieren für die Teilnahme an der dritten Runde der Mathematikolympiade. Diese findet am 27. Februar 2027 als Landesolympiade NRW statt und ermittelt die Teilnehmer an der Deutschlandolympiade im Mai/Juni 2027.
2. Bevor du die Lösungen einschicken kannst, musst du dich registrieren unter der Adresse www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php. Trage dort alle Daten in das Formular ein. Anschließend erhältst du Seiten im pdf-Format, die du ausdrucken und unterschreiben musst. Auf den Seiten sind auch die Datenschutzbestimmungen enthalten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die noch nicht volljährig sind, müssen die Datenschutzbestimmungen auch von einem Erziehungsberechtigten unterschreiben lassen. Verwende diese Seiten als Titelblätter für die Einsendung der Lösungen. Die Registrierung ist ab dem 06.09.2026 möglich.
Die Lösungen sind auf Blätter des Formates DIN A 4 mit Rand zu schreiben. Jedes Lösungsblatt muss mit dem Namen versehen werden. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.
3. Die Lösungsblätter sind durchnummerieren und mit dem Titelblatt zusammenzuheften.
4. Die Lösungen sind richtig frankiert einzusenden an:

5. Essener Mathematikwettbewerb
B.M.V.-Schule
Bardelebenstraße 9
45147 Essen

Einsendeschluss ist der **4. Oktober 2026** (Poststempel).

5. Die Lösung muss in leserlicher Form eingereicht werden. Alle Lösungsschritte sind darzustellen und so zu begründen, dass der Gedankengang leicht nachvollzogen werden kann.
6. Die von der Korrekturkommission getroffene Entscheidung ist endgültig („Schiedsrichterentscheidung“). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
7. Die korrigierten Lösungen können nicht zurückgegeben werden. Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer erhalten jedoch nach Abschluss der ersten Runde eine Musterlösung.
8. Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit nicht ganz vollständigen Lösungen können eventuell auch die zweite Runde erreichen.
9. Lösungen, die den Teilnahmebedingungen nicht entsprechen, können von der Bearbeitung ausgeschlossen werden.

Veranstalter des 42. Essener Mathematikwettbewerbs ist die Gesellschaft Essener Mathematikwettbewerb, eine Initiative von Mathematiklehrerinnen und -lehrern an Essener Schulen. Der Wettbewerb wird finanziell unterstützt von der Sparkasse Essen.