

36. Essener Mathematikwettbewerb 2020/2021

als erste Runde der 60. Mathematik-Olympiade in Deutschland

Aufgaben der ersten Runde

Klassen Q1 und Q2

1. Aufgabe

Für positive ganze Zahlen a , b und c werden die Zahlen

$$x = 60a + 13b \text{ und } y = 60a + 11c$$

gebildet.

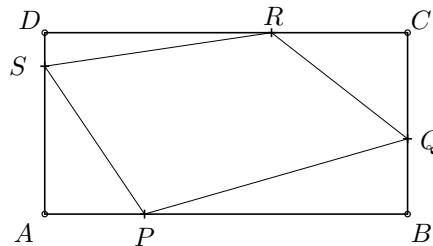
Man bestimme alle Möglichkeiten der Wahl von a , b und c , für die die Gleichung

$$4x^2 - y^2 = 2020$$

gilt, und begründe, dass es keine weiteren Lösungen gibt.

2. Aufgabe

Gegeben sei ein Rechteck $ABCD$. Die Punkte P auf \overline{AB} , Q auf \overline{BC} , R auf \overline{CD} und S auf \overline{AD} seien innere Punkte der Rechteckseiten (siehe Abbildung). Für welche Lagen der Punkte P , Q , R und S hat das Viereck $PQRS$ den kleinsten Umfang?



Hinweis: Innere Punkte einer Strecke sind alle Punkte dieser Strecke mit Ausnahme der Endpunkte.

3. Aufgabe

Ritas Farbe ist rot und Gerds Farbe ist grün. Sie beginnen ein Spiel, bei dem sie abwechselnd einen noch nicht gefärbten Punkt der Ebene in ihrer Farbe einfärben, wobei Rita beginnt.

Gewonnen hat derjenige, dem es gelingt, in ein Dreieck, dessen drei Eckpunkte die eigene Farbe tragen und bei dem kein innerer Punkt in der Farbe des Gegners gefärbt ist, einen Punkt der eigenen Farbe zu setzen.

Man entscheide, ob einer der Spieler den Gewinn erzwingen kann.

Anmerkung: Ein innerer Punkt eines Dreiecks ist ein Punkt der Dreiecksfläche, der weder auf einer Dreiecksseite liegt noch ein Eckpunkt ist.

36. Essener Mathematikwettbewerb 2020/2021

Klassen Q1 und Q2

Teilnahmebedingungen

1. Teilnahmeberechtigt am Essener Mathematikwettbewerb sind Schülerinnen und Schüler Essener Schulen, die im Schuljahr 2020/2021 die Klasse Q1 oder Q2 besuchen. Die besten Einsender der ersten Runde werden am 14. November 2020 zu einer zweiten Runde (Klausurrunde) eingeladen, bei der die Sieger des Wettbewerbs ermittelt werden.
Die Sieger des Wettbewerbs können sich qualifizieren für die Teilnahme an der dritten Runde der Mathematikolympiade. Diese findet am 27. Februar 2021 als Landesolympiade NRW statt und ermittelt die Teilnehmer an der Deutschlandolympiade im Juni 2021.
2. Bevor du die Lösungen einschicken kannst, musst du dich registrieren unter der Adresse www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php. Trage dort alle Daten in das Formular ein. Anschließend erhältst du Seiten im pdf-Format, die du ausdrucken und unterschreiben musst. Auf den Seiten sind auch die Datenschutzbestimmungen enthalten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die noch nicht volljährig sind, müssen die Datenschutzbestimmungen auch von einem Erziehungsberechtigten unterschreiben lassen. Verwende diese Seiten als Titelblätter für die Einsendung der Lösungen. Die Registrierung ist ab dem 17.08.2020 möglich.
Die Lösungen sind auf Blätter des Formates DIN A 4 mit Rand zu schreiben. Jedes Lösungsblatt muss mit dem Namen versehen werden. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.
3. Die Lösungsblätter sind durchnummerieren und mit dem Titelblatt zusammenzuheften.
4. Die Lösungen sind richtig frankiert einzusenden an:

Essener Mathematikwettbewerb
B.M.V.-Schule
Bardelebenstraße 9
45147 Essen

Einsendeschluss ist der **20. September 2020** (Poststempel).

5. Die Lösung muss in leserlicher Form eingereicht werden. Alle Lösungsschritte sind darzustellen und so zu begründen, dass der Gedankengang leicht nachvollzogen werden kann.
6. Die von der Korrekturkommission getroffene Entscheidung ist endgültig („Schiedsrichterentscheidung“). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
7. Die korrigierten Lösungen können nicht zurückgegeben werden. Alle Teilnehmer erhalten jedoch nach Abschluss der ersten Runde eine Musterlösung.
8. Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit nicht ganz vollständigen Lösungen können eventuell auch die zweite Runde erreichen.
9. Lösungen, die den Teilnahmebedingungen nicht entsprechen, können von der Bearbeitung ausgeschlossen werden.

Veranstalter des 36. Essener Mathematikwettbewerbs ist die Gesellschaft Essener Mathematikwettbewerb, eine Initiative von Mathematiklehrerinnen und -lehrern an Essener Schulen. Der Wettbewerb wird finanziell unterstützt von der Sparkasse Essen und von Evonik Industries.