

# 37. Essener Mathematikwettbewerb 2021/2022

als erste Runde der 61. Mathematik-Olympiade in Deutschland

Aufgaben der ersten Runde

Klasse 8

## 1. Aufgabe

Zu den Schülern Elias, Jonas und Leon macht ihr Mathematiklehrer folgende Aussagen, von denen genau eine falsch ist und die anderen wahr sind.

- (1) Jonas ist älter als Leon.
- (2) Leon ist älter als Elias.
- (3) Elias ist älter als Jonas.
- (4) Leon und Elias sind zusammen doppelt so alt wie Jonas.

- a) Welche der vier Aussagen ist falsch?
- b) Welcher Junge ist am ältesten?

## 2. Aufgabe

Beweise, dass für jedes Dreieck  $ABC$  und für jede Gerade  $g$  die folgenden Aussagen gelten:

- a) Wenn die Gerade  $g$  durch den Mittelpunkt  $B'$  der Seite  $\overline{AC}$  verläuft und parallel zur Geraden  $AB$  ist, dann schneidet die Gerade  $g$  die Seite  $\overline{BC}$  in deren Mittelpunkt  $A'$ .
- b) Wenn die Gerade  $g$  durch den Mittelpunkt  $B'$  der Seite  $\overline{AC}$  und den Mittelpunkt  $A'$  der Seite  $\overline{BC}$  verläuft, dann ist die Gerade  $g$  parallel zur Geraden  $AB$ .
- c) Die Verbindungsstrecke  $\overline{A'B'}$  des Mittelpunkts  $A'$  der Seite  $\overline{BC}$  und des Mittelpunkts  $B'$  der Seite  $\overline{AC}$  ist halb so lang wie die Dreiecksseite  $\overline{AB}$ .

*Hinweise:*

1. Die Beweise sollten unter Nutzung von Kongruenzsätzen, Eigenschaften von Parallelogrammen, Sätzen zu Winkeln an geschnittenen Parallelen, aber ohne Anwendung von Strahlensätzen erfolgen, da die obigen Aussagen Grundlagen für elementargeometrische Beweise der Strahlensätze sind.
2. Eine Strecke, die die Mittelpunkte zweier Seiten eines Dreiecks verbindet, heißt auch Mittellinie dieses Dreiecks. Die in b) und c) zu zeigenden Aussagen sind zusammengefasst der Satz über die Mittellinien im Dreieck:

*In jedem Dreieck ist die Mittellinie zweier Seiten parallel zur dritten Seite und halb so lang wie diese.*

## 3. Aufgabe

Unter einer Lösung der Gleichung  $L + E + V + E + L = 61$  verstehen wir natürliche Zahlen  $L$ ,  $E$  und  $V$  größer als 0, für die diese Gleichung gilt.

Ermittle die Anzahl aller Lösungen dieser Gleichung, bei denen keine zwei der drei Zahlen  $L$ ,  $E$  und  $V$  gleich sind.

# 37. Essener Mathematikwettbewerb 2021/2022

## Klasse 8

### Teilnahmebedingungen

1. Teilnahmeberechtigt am Essener Mathematikwettbewerb sind Schülerinnen und Schüler Essener Schulen, die im Schuljahr 2021/2022 die Klasse 8 besuchen. Die besten Einsender der ersten Runde werden am 13. November 2021 zu einer zweiten Runde (Klausurrunde) eingeladen, bei der die Sieger des Wettbewerbs ermittelt werden.  
Die Sieger des Wettbewerbs können sich qualifizieren für die Teilnahme an der dritten Runde der Mathematikolympiade. Diese findet am 26. Februar 2022 als Landesolympiade NRW statt und ermittelt die Teilnehmer an der Deutschlandolympiade im Mai 2022.
2. Bevor du die Lösungen einschicken kannst, musst du dich registrieren unter der Adresse [www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php](http://www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php). Trage dort alle Daten in das Formular ein. Anschließend erhältst du Seiten im pdf-Format, die du ausdrucken und unterschreiben musst. Auf den Seiten sind auch die Datenschutzbestimmungen enthalten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die noch nicht volljährig sind, müssen die Datenschutzbestimmungen auch von einem Erziehungsberechtigten unterschreiben lassen. Verwende diese Seiten als Titelblätter für die Einsendung der Lösungen. Die Registrierung ist ab dem 20.08.2021 möglich.  
Die Lösungen sind auf Blätter des Formates DIN A 4 mit Rand zu schreiben. Jedes Lösungsblatt muss mit dem Namen versehen werden. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.
3. Die Lösungsblätter sind durchnummerieren und mit dem Titelblatt zusammenzuheften.
4. Die Lösungen sind richtig frankiert einzusenden an:

Essener Mathematikwettbewerb  
B.M.V.-Schule  
Bardelebenstraße 9  
45147 Essen

Einsendeschluss ist der **12. September 2021** (Poststempel).

5. Die Lösung muss in leserlicher Form eingereicht werden. Alle Lösungsschritte sind darzustellen und so zu begründen, dass der Gedankengang leicht nachvollzogen werden kann.
6. Die von der Korrekturkommission getroffene Entscheidung ist endgültig („Schiedsrichterentscheidung“). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
7. Die korrigierten Lösungen können nicht zurückgegeben werden. Alle Teilnehmer erhalten jedoch nach Abschluss der ersten Runde eine Musterlösung.
8. Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit nicht ganz vollständigen Lösungen können eventuell auch die zweite Runde erreichen.
9. Lösungen, die den Teilnahmebedingungen nicht entsprechen, können von der Bearbeitung ausgeschlossen werden.

Veranstalter des 37. Essener Mathematikwettbewerbs ist die Gesellschaft Essener Mathematikwettbewerb, eine Initiative von Mathematiklehrerinnen und -lehrern an Essener Schulen. Der Wettbewerb wird finanziell unterstützt von der Sparkasse Essen und von Evonik Industries.