

37. Essener Mathematikwettbewerb 2021/2022

als erste Runde der 61. Mathematik-Olympiade in Deutschland

Aufgaben der ersten Runde

Klasse 10 / EF

1. Aufgabe

Gegeben ist die lineare Funktion f mit der Gleichung $y = f(x) = 3x + 7$. Aus den Werten von f werden die Werte von z mit $z = f(a) + f(a + 1) + f(2a + 3)$ berechnet.

Hinweis: Zum Beispiel bedeutet $f(8a - 4)$, dass man $8a - 4$ in das Argument von f einsetzen muss. Also $f(8a - 4) = 3 \cdot (8a - 4) + 7 = 24a - 5$.

- Bestimmen Sie einen Term für z in Abhängigkeit von a , der das Symbol f nicht mehr enthält.
- Gibt es eine natürliche Zahl a , für die $z = 10^{2021}$ gilt?
- Gibt es eine natürliche Zahl a , für die z durch 2021 teilbar ist?
- Gibt es eine natürliche Zahl a , für die z (im üblichen Zehnersystem) eine 2021-stellige Zahl mit 2021 gleichen Ziffern ist?

2. Aufgabe

Das Viereck $ABCD$ sei ein Parallelogramm, bei dem der Abstand der parallelen Geraden AB und CD gleich 6 ist. E und F seien die Mittelpunkte der Seiten \overline{BC} und \overline{CD} . Die Gerade DE schneide die Strecke \overline{BF} im Punkt P und die Gerade AB im Punkt Q .

- Zeigen Sie, dass $|AQ| = 2|AB|$ gilt.
- Zeigen Sie, dass P auf der Geraden AC liegt und bestimmen Sie die Länge des Abstands von P zur Geraden AB .

3. Aufgabe

- Bestimmen Sie alle reellen Zahlen z mit der Eigenschaft, dass für alle positiven ganzen Zahlen n die Ungleichung $n \cdot z < 2021$ gilt.
- Bestimmen Sie alle reellen Zahlen z mit der Eigenschaft, dass für alle positiven ganzen Zahlen n die Ungleichung $\frac{2n+1}{3n+2} < z$ gilt.

37. Essener Mathematikwettbewerb 2021/2022

Klasse 10 / EF

1. Teilnahmeberechtigt am Essener Mathematikwettbewerb sind Schülerinnen und Schüler Essener Schulen, die im Schuljahr 2021/2022 die Klasse 10 oder EF besuchen. Die besten Einsender der ersten Runde werden am 13. November 2021 zu einer zweiten Runde (Klausurrunde) eingeladen, bei der die Sieger des Wettbewerbs ermittelt werden.
Die Sieger des Wettbewerbs können sich qualifizieren für die Teilnahme an der dritten Runde der Mathematikolympiade. Diese findet am 26. Februar 2022 als Landesolympiade NRW statt und ermittelt die Teilnehmer an der Deutschlandolympiade im Mai 2022.
2. Bevor du die Lösungen einschicken kannst, musst du dich registrieren unter der Adresse www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php. Trage dort alle Daten in das Formular ein. Anschließend erhältst du Seiten im pdf-Format, die du ausdrucken und unterschreiben musst. Auf den Seiten sind auch die Datenschutzbestimmungen enthalten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die noch nicht volljährig sind, müssen die Datenschutzbestimmungen auch von einem Erziehungsberechtigten unterschreiben lassen. Verwende diese Seiten als Titelblätter für die Einsendung der Lösungen. Die Registrierung ist ab dem 20.08.2021 möglich.
Die Lösungen sind auf Blätter des Formates DIN A 4 mit Rand zu schreiben. Jedes Lösungsblatt muss mit dem Namen versehen werden. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.
3. Die Lösungsblätter sind durchnummerieren und mit dem Titelblatt zusammenzuheften.
4. Die Lösungen sind richtig frankiert einzusenden an:

Essener Mathematikwettbewerb
B.M.V.-Schule
Bardelebenstraße 9
45147 Essen

Einsendeschluss ist der **12. September 2021** (Poststempel).

5. Die Lösung muss in leserlicher Form eingereicht werden. Alle Lösungsschritte sind darzustellen und so zu begründen, dass der Gedankengang leicht nachvollzogen werden kann.
6. Die von der Korrekturkommission getroffene Entscheidung ist endgültig („Schiedsrichterentscheidung“). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
7. Die korrigierten Lösungen können nicht zurückgegeben werden. Alle Teilnehmer erhalten jedoch nach Abschluss der ersten Runde eine Musterlösung.
8. Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit nicht ganz vollständigen Lösungen können eventuell auch die zweite Runde erreichen.
9. Lösungen, die den Teilnahmebedingungen nicht entsprechen, können von der Bearbeitung ausgeschlossen werden.

Veranstalter des 37. Essener Mathematikwettbewerbs ist die Gesellschaft Essener Mathematikwettbewerb, eine Initiative von Mathematiklehrerinnen und -lehrern an Essener Schulen. Der Wettbewerb wird finanziell unterstützt von der Sparkasse Essen und von Evonik Industries.