

# 38. Essener Mathematikwettbewerb 2022/2023

als erste Runde der 62. Mathematik-Olympiade in Deutschland

## Aufgaben der ersten Runde

Klasse 8

### 1. Aufgabe

- a) Die natürlichen Zahlen von 1 bis 10 sind an einem Kreis im Uhrzeigersinn angeordnet (Abbildung a).

Mit 1 beginnend wird in mehreren Umläufen im Uhrzeigersinn jede 4. Zahl weggestrichen (also die Zahlen 1, 5, 9, ...), bis nur noch Zahlen getroffen werden, die schon weggestrichen sind. Dabei werden die weggestrichenen Zahlen stets mitgezählt.

Ermittle, wie viele der natürlichen Zahlen von 1 bis 10 auf diese Weise nicht weggestrichen werden.

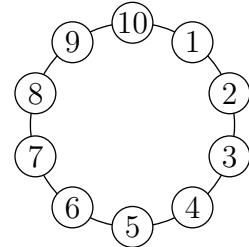


Abbildung a

- b) Die natürlichen Zahlen von 1 bis 1 000 sind an einem Kreis im Uhrzeigersinn angeordnet (Abbildung b).

Mit 1 beginnend wird in mehreren Umläufen im Uhrzeigersinn jede 15. Zahl weggestrichen (also die Zahlen 1, 16, 31, 46, 61, ...), bis nur noch Zahlen getroffen werden, die schon weggestrichen sind. Dabei werden die weggestrichenen Zahlen stets mitgezählt.

Ermittle, wie viele der natürlichen Zahlen von 1 bis 1 000 auf diese Weise nicht weggestrichen werden.

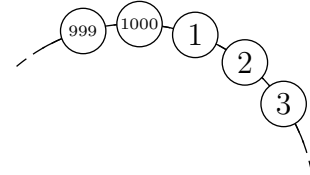


Abbildung b

### 2. Aufgabe

Herr Bartz hatte in den Klassen 8a und 8b die gleiche Klassenarbeit geschrieben. Es sind insgesamt 50 Arbeiten. Der Notendurchschnitt, also das arithmetische Mittel aller Noten, ist 2,7. Herr Bartz hat auch den Notendurchschnitt jeder Klasse einzeln berechnet. Danach fiel ihm auf, dass er Mia, die die Note 2 erhielt, versehentlich der 8b zugeordnet hat, obwohl sie in die 8a geht. Deshalb berechnet er die Durchschnitte erneut und staunt: Sowohl der Notendurchschnitt der 8a als auch der Notendurchschnitt der 8b sind besser als bei der ersten Rechnung.

- a) Gib eine mögliche Verteilung von Noten der Schülerinnen und Schüler der beiden Klassen bei dieser Klassenarbeit an, bei der der Notendurchschnitt aller 50 Arbeiten 2,7 ist, Mia eine 2 erhält und die Notendurchschnitte der beiden Klassen bei der zweiten Berechnung tatsächlich jeweils besser als bei der ersten Berechnung sind. Begründe deine Angabe.
- b) Kann auf Basis der vorhandenen Informationen hergeleitet werden, welche der beiden Klassen den besseren Notendurchschnitt hat? Begründe deine Antwort.

### 3. Aufgabe

Es sei  $ABC$  ein Dreieck mit einem rechten Innenwinkel im Punkt  $C$ . Die Länge der Seite  $\overline{AC}$  sei kleiner als die Länge der Seite  $\overline{BC}$ . Weiter seien  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  drei Punkte, die folgende Bedingungen erfüllen:

- (1) Die Punkte  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  sind von den Punkten  $A$ ,  $B$  und  $C$  verschieden.
- (2) Der Punkt  $X$  liegt auf der Seite  $\overline{AC}$ .
- (3) Der Punkt  $Y$  liegt so auf der Seite  $\overline{AB}$ , dass die Strecken  $\overline{AX}$  und  $\overline{XY}$  gleich lang sind.
- (4) Der Punkt  $Z$  liegt so auf der Seite  $\overline{BC}$ , dass der Winkel  $\sphericalangle ZYX$  ein rechter Winkel ist.

- a) Fertige eine Zeichnung an, die den beschriebenen Sachverhalt veranschaulicht.
- b) Drücke die Länge des Umfangs des Vierecks  $CXYZ$  durch die Seitenlängen des Dreiecks  $ABC$  aus.

# 38. Essener Mathematikwettbewerb 2022/2023

## Klasse 8

### Teilnahmebedingungen

1. Teilnahmeberechtigt am Essener Mathematikwettbewerb sind Schülerinnen und Schüler Essener Schulen, die im Schuljahr 2022/2023 die Klasse 8 besuchen. Die besten Einsender der ersten Runde werden am 12. November 2022 zu einer zweiten Runde (Klausurrunde) eingeladen, bei der die Sieger des Wettbewerbs ermittelt werden.  
Die Sieger des Wettbewerbs können sich qualifizieren für die Teilnahme an der dritten Runde der Mathematikolympiade. Diese findet am 25. Februar 2023 als Landesolympiade NRW statt und ermittelt die Teilnehmer an der Deutschlandolympiade im Juni 2023.
2. Bevor du die Lösungen einschicken kannst, musst du dich registrieren unter der Adresse [www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php](http://www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php). Trage dort alle Daten in das Formular ein. Anschließend erhältst du Seiten im pdf-Format, die du ausdrucken und unterschreiben musst. Auf den Seiten sind auch die Datenschutzbestimmungen enthalten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die noch nicht volljährig sind, müssen die Datenschutzbestimmungen auch von einem Erziehungsberechtigten unterschreiben lassen. Verwende diese Seiten als Titelblätter für die Einsendung der Lösungen. Die Registrierung ist ab dem 08.08.2022 möglich.  
Die Lösungen sind auf Blätter des Formates DIN A 4 mit Rand zu schreiben. Jedes Lösungsblatt muss mit dem Namen versehen werden. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.
3. Die Lösungsblätter sind durchnummerieren und mit dem Titelblatt zusammenzuheften.
4. Die Lösungen sind richtig frankiert einzusenden an:

Essener Mathematikwettbewerb  
B.M.V.-Schule  
Bardelebenstraße 9  
45147 Essen

Einsendeschluss ist der **19. September 2022** (Poststempel).

5. Die Lösung muss in leserlicher Form eingereicht werden. Alle Lösungsschritte sind darzustellen und so zu begründen, dass der Gedankengang leicht nachvollzogen werden kann.
6. Die von der Korrekturkommission getroffene Entscheidung ist endgültig („Schiedsrichterentscheidung“). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
7. Die korrigierten Lösungen können nicht zurückgegeben werden. Alle Teilnehmer erhalten jedoch nach Abschluss der ersten Runde eine Musterlösung.
8. Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit nicht ganz vollständigen Lösungen können eventuell auch die zweite Runde erreichen.
9. Lösungen, die den Teilnahmebedingungen nicht entsprechen, können von der Bearbeitung ausgeschlossen werden.

Veranstalter des 38. Essener Mathematikwettbewerbs ist die Gesellschaft Essener Mathematikwettbewerb, eine Initiative von Mathematiklehrerinnen und -lehrern an Essener Schulen. Der Wettbewerb wird finanziell unterstützt von der Sparkasse Essen.