

38. Essener Mathematikwettbewerb 2022/2023

als erste Runde der 62. Mathematik-Olympiade in Deutschland

Aufgaben der ersten Runde

Klasse 10 / EF

1. Aufgabe

- Ermitteln Sie die kleinste positive ganze Zahl z , für die sowohl z als auch die Quersumme $Q(z)$ durch 2, durch 3 und durch 5 teilbar sind.
- Ermitteln Sie die kleinste positive ganze Zahl z , für die sowohl z als auch die Quersumme $Q(z)$ durch 2, durch 3, durch 4 und durch 5 teilbar sind.

2. Aufgabe

In dieser Aufgabe betrachten wir Summen von Quadratzahlen. Die kleinste der hier betrachteten Quadratzahlen soll die Eins mit $1 = 1 \cdot 1 = 1^2$ sein. Die nächstgrößeren sind dann 4 wegen $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$ und 9 wegen $9 = 3 \cdot 3 = 3^2$ usw.

- Vereinfachen Sie den Term

$$(a^2 + b^2 - c^2)^2 + (2ac)^2 + (2bc)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)^2.$$

- Geben Sie ein Beispiel an, bei dem die Summe von drei Quadratzahlen wieder eine Quadratzahl ist. Dabei darf eine Quadratzahl auch mehrfach als Summand auftreten.
- Geben Sie ein Beispiel an, bei dem die Summe von 2022 Quadratzahlen wieder eine Quadratzahl ist. Auch hier darf eine Quadratzahl mehrfach als Summand auftreten.

Hinweis: Es gibt für den Aufgabenteil c) auch Beispiele, bei denen alle Summanden paarweise verschieden sind. Finden Sie ein Beispiel?

3. Aufgabe

In einen Halbkreis mit Mittelpunkt M über dem Durchmesser \overline{UV} mit $|\overline{UV}| = 12$ sei ein Quadrat $ABCD$ eingezeichnet, wobei A und B auf dem Durchmesser sowie C und D auf dem Halbkreis liegen. Weiter sei ein Quadrat $BEFG$ eingezeichnet, wobei B zwischen M und E auf dem Durchmesser \overline{UV} , F auf dem Halbkreis und G auf der Strecke \overline{BC} liegen.

- Konstruieren Sie eine solche Figur und begründen Sie Ihr Vorgehen.
- Bestimmen Sie den Flächeninhalt A_{ABCD} des Quadrats $ABCD$.
- Zeigen Sie, dass $A_{ABCD} = 4 \cdot A_{BEFG}$ gilt.

Hinweis: Die Zeichnung darf auch mit Hilfe eines geeigneten Computerprogramms angefertigt werden.

38. Essener Mathematikwettbewerb 2022/2023

Klasse 10 / EF

1. Teilnahmeberechtigt am Essener Mathematikwettbewerb sind Schülerinnen und Schüler Essener Schulen, die im Schuljahr 2022/2023 die Klasse 10 oder EF besuchen. Die besten Einsender der ersten Runde werden am 12. November 2022 zu einer zweiten Runde (Klausurrunde) eingeladen, bei der die Sieger des Wettbewerbs ermittelt werden.
Die Sieger des Wettbewerbs können sich qualifizieren für die Teilnahme an der dritten Runde der Mathematikolympiade. Diese findet am 25. Februar 2023 als Landesolympiade NRW statt und ermittelt die Teilnehmer an der Deutschlandolympiade im Juni 2023.
2. Bevor du die Lösungen einschicken kannst, musst du dich registrieren unter der Adresse www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php. Trage dort alle Daten in das Formular ein. Anschließend erhältst du Seiten im pdf-Format, die du ausdrucken und unterschreiben musst. Auf den Seiten sind auch die Datenschutzbestimmungen enthalten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die noch nicht volljährig sind, müssen die Datenschutzbestimmungen auch von einem Erziehungsberechtigten unterschreiben lassen. Verwende diese Seiten als Titelblätter für die Einsendung der Lösungen. Die Registrierung ist ab dem 08.08.2022 möglich.
Die Lösungen sind auf Blätter des Formates DIN A 4 mit Rand zu schreiben. Jedes Lösungsblatt muss mit dem Namen versehen werden. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.
3. Die Lösungsblätter sind durchnummerieren und mit dem Titelblatt zusammenzuheften.
4. Die Lösungen sind richtig frankiert einzusenden an:

Essener Mathematikwettbewerb
B.M.V.-Schule
Bardelebenstraße 9
45147 Essen

Einsendeschluss ist der **19. September 2022** (Poststempel).

5. Die Lösung muss in leserlicher Form eingereicht werden. Alle Lösungsschritte sind darzustellen und so zu begründen, dass der Gedankengang leicht nachvollzogen werden kann.
6. Die von der Korrekturkommission getroffene Entscheidung ist endgültig („Schiedsrichterentscheidung“). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
7. Die korrigierten Lösungen können nicht zurückgegeben werden. Alle Teilnehmer erhalten jedoch nach Abschluss der ersten Runde eine Musterlösung.
8. Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit nicht ganz vollständigen Lösungen können eventuell auch die zweite Runde erreichen.
9. Lösungen, die den Teilnahmebedingungen nicht entsprechen, können von der Bearbeitung ausgeschlossen werden.

Veranstalter des 38. Essener Mathematikwettbewerbs ist die Gesellschaft Essener Mathematikwettbewerb, eine Initiative von Mathematiklehrerinnen und -lehrern an Essener Schulen. Der Wettbewerb wird finanziell unterstützt von der Sparkasse Essen.