

39. Essener Mathematikwettbewerb 2023/2024

als erste Runde der 63. Mathematik-Olympiade in Deutschland

Aufgaben der ersten Runde

Klasse 10 / EF

1. Aufgabe

Von den Zahlen 2023, 2024 und 2025 ist die erste durch die Quadratzahl 289, die zweite durch die Quadratzahl 4 und die dritte durch die Quadratzahl 25 teilbar.

- Geben Sie drei weitere Beispiele für jeweils drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen an, die jeweils Vielfaches einer Quadratzahl größer als 1 sind.
- Zeigen Sie: Es gibt sogar unendlich viele Beispiele für drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen, die jeweils Vielfaches einer Quadratzahl größer als 1 sind.
- Finden Sie ein Beispiel mit vier aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen, die jeweils Vielfaches einer Quadratzahl größer als 1 sind.

2. Aufgabe

- In der Ebene sind zwei Punkte A und B gegeben. Bestimmen Sie alle Punkte P der Ebene, für welche die Summe der Abstände

$$|AP| + |BP|$$

des Punktes P zu den Punkten A und B minimal (also so klein wie möglich) wird. Geben Sie den minimalen Wert an.

- In der Ebene ist ein Quadrat $ABCD$ gegeben. Bestimmen Sie alle Punkte P der Ebene, für welche die Abstandssumme

$$|AP| + |BP| + |CP| + |DP|$$

minimal wird.

3. Aufgabe

- Fünf Städte sollen durch Straßen miteinander verbunden werden, sodass man von jeder Stadt aus jede andere erreichen kann. Dabei führt jede Straße von einer Stadt zu einer anderen, ohne dass sich die Straßen überschneiden (kreuzungsfreies Bauen soll möglich sein – notfalls mit Brücken).

Wie viele Straßen muss man wenigstens bauen?

- Nun sollen 2023 Städte miteinander wie in a) beschrieben verbunden werden. Dabei soll zusätzlich gelten, dass je zwei dieser Städte auf genau eine Weise über einen Weg aus einer oder mehreren Straßen verbunden sind. Als Weg bezeichnen wir dabei eine Fahrtroute zwischen zwei (verschiedenen) Städten, die gegebenenfalls über eine oder mehrere weitere Städte führt, wobei jede dieser weiteren Städte genau einmal durchfahren wird.

Wie viele Straßen (direkte Verbindungen zwischen zwei Städten) hat ein solches Straßennetz?

39. Essener Mathematikwettbewerb 2023/2024

Klasse 10 / EF

1. Teilnahmeberechtigt am Essener Mathematikwettbewerb sind Schülerinnen und Schüler Essener Schulen, die im Schuljahr 2023/2024 die Klasse 10 oder EF besuchen. Die besten Einsender der ersten Runde werden am 18. November 2023 zu einer zweiten Runde (Klausurrunde) eingeladen, bei der die Sieger des Wettbewerbs ermittelt werden.
Die Sieger des Wettbewerbs können sich qualifizieren für die Teilnahme an der dritten Runde der Mathematikolympiade. Diese findet am 27. Februar 2024 als Landesolympiade NRW statt und ermittelt die Teilnehmer an der Deutschlandolympiade im Juni 2024.
2. Bevor du die Lösungen einschicken kannst, musst du dich registrieren unter der Adresse www.essener-mathematikwettbewerb.de/registrierung.php. Trage dort alle Daten in das Formular ein. Anschließend erhältst du Seiten im pdf-Format, die du ausdrucken und unterschreiben musst. Auf den Seiten sind auch die Datenschutzbestimmungen enthalten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die noch nicht volljährig sind, müssen die Datenschutzbestimmungen auch von einem Erziehungsberechtigten unterschreiben lassen. Verwende diese Seiten als Titelblätter für die Einsendung der Lösungen. Die Registrierung ist ab dem 12.08.2023 möglich.
Die Lösungen sind auf Blätter des Formates DIN A 4 mit Rand zu schreiben. Jedes Lösungsblatt muss mit dem Namen versehen werden. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.
3. Die Lösungsblätter sind durchnummerieren und mit dem Titelblatt zusammenzuheften.
4. Die Lösungen sind richtig frankiert einzusenden an:

Essener Mathematikwettbewerb
B.M.V.-Schule
Bardelebenstraße 9
45147 Essen

Einsendeschluss ist der **18. September 2023** (Poststempel).

5. Die Lösung muss in leserlicher Form eingereicht werden. Alle Lösungsschritte sind darzustellen und so zu begründen, dass der Gedankengang leicht nachvollzogen werden kann.
6. Die von der Korrekturkommission getroffene Entscheidung ist endgültig („Schiedsrichterentscheidung“). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
7. Die korrigierten Lösungen können nicht zurückgegeben werden. Alle Teilnehmer erhalten jedoch nach Abschluss der ersten Runde eine Musterlösung.
8. Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit nicht ganz vollständigen Lösungen können eventuell auch die zweite Runde erreichen.
9. Lösungen, die den Teilnahmebedingungen nicht entsprechen, können von der Bearbeitung ausgeschlossen werden.

Veranstalter des 39. Essener Mathematikwettbewerbs ist die Gesellschaft Essener Mathematikwettbewerb, eine Initiative von Mathematiklehrerinnen und -lehrern an Essener Schulen. Der Wettbewerb wird finanziell unterstützt von der Sparkasse Essen und von Evonik Operations GmbH.